

RAPORT ȘTIINȚIFIC SINTETIC

Proiect **ARHIMEDES** - *Algoritmi de Restaurare Hibridă a Imaginilor pe baza Modelelor cu Ecuații de Difuzie și Ecuații Stocastice*

PN-II-RU-TE-2014-4-0083, Contract nr. 126 din 01/10/2015

Etapa I (01.10.2015 – 31.12.2015)

Modele PDE liniare noi și perfecționate pentru denoizarea imaginilor

Obiectiv 1.1. *Tehnici de restaurare a imaginilor bazate pe ecuații hiperbolice de ordinul doi*

În respectiva perioadă, colectivul proiectului a efectuat cele șase activități ale obiectivului, specificate în planul de realizare: dezvoltarea unor modele bazate pe ecuații cu derivate parțiale (PDE) hiperbolice liniare, investigarea matematică a acestora, implementarea și testarea metodelor, diseminarea rezultatelor, realizarea paginii web a proiectului și raportarea de etapă. În această fază de început a proiectului am urmărit elaborarea unor noi modele diferențiale liniare de filtrare a imaginilor, superioare ca performanță celor existente și care să poată fi în continuare derivate în modele PDE neliniare de difuzie.

Astfel, am propus o tehnică de filtrare utilizând un model PDE liniar de difuzie hiperbolică de ordinul doi. Modelul considerat, compus dintr-o ecuație cu derivate parțiale liniară hiperbolică de ordin doi și o serie de condiții pe frontieră, rezolvă nu numai aspectele negative care afectează schemele PDE liniare existente, dar și anumite dezavantaje ale tehnicilor neliniare PDE și variaționale de ordin doi și respectiv patru. Metoda reduce atât efectul de blurare, cât și pe cel de scară și este mai avantajoasă decât tehnicile bazate pe ecuații neliniare, datorită complexității computaționale mai reduse care determină și o viteză superioară de execuție. O schemă de aproximare numerică consistentă, bazată pe metoda diferențelor finite, a fost construită pentru acest model de filtrare. Schema hiperbolică construită a fost diseminată într-un articol publicat într-un jurnal internațional indexat de bazele de date internaționale, având referința:

T. Barbu. *A Linear Diffusion-based Image Restoration Approach, ROMAI Journal, Issue 11, No. 2, pp. 133-139, ROMAI Society, 2015.*

În continuare au fost investigate și anumite soluții de eficientizare a modelului liniar propus, prin neliniarizarea acestuia. Soluțiile considerate au făcut trecerea la următoarea etapă a proiectului, al cărei prim obiectiv vizează obținerea unor modele PDE neliniare de filtrare din scheme hiperbolice liniare de ordinul al doilea. Schema derivată din modelul hiperbolic liniar reprezintă un model PDE de ordinul patru. Modelul introdus, bazat pe o ecuație PDE hiperbolică neliniară și un set de condiții pe frontieră, are o complexitate mai ridicată decât varianta liniară, însă oferă o restaurare mai performantă a imaginilor deteriorate. Acest al doilea model hiperbolic a fost diseminat într-un articol prezentat la o conferință internațională IEEE și publicat în proceedings-ul acesteia, având referința:

T. Barbu. *Nonlinear Fourth-order Hyperbolic PDE-based Image Restoration Scheme, Proceedings of the Fifth IEEE International Conference on e-Health and Bioengineering, EHB 2015, pp. 1 - 4, 19-21 November 2015, Iași, Romania.*

A fost construit de asemenea un website al proiectului ARHIMEDES, în perioada menționată. Pagina care conține cele mai importante informații ale proiectului este disponibilă la adresa <http://iit.academiaromana-is.ro/grant/arhimesdes>, fiind în mod periodic reactualizată cu noi rezultate.

Etapa II (01.01.2016 – 31.12.2016)

Tehnici de restaurare individuale și hibride bazate pe difuzii neliniare

Obiectiv 2.1. Modele de denoizare PDE neliniare derivate din ecuații hiperbolice de ordin 2

În cadrul acestui obiectiv am construit mai întâi o tehnică de filtrare bazată pe un model PDE neliniar hiperbolic de ordinul doi, derivat din modelele hiperbolice liniare anterior considerate. Modelul constă într-o ecuație hiperbolică și o serie de condiții pe frontieră. O investigație matematică riguroasă a acestuia a fost efectuată, fiind tratată existența și unicitatea unei soluții slabe care se propagă cu viteză finită.

O schemă de aproximare numerică explicită și rapid-convergentă a fost elaborată pe baza diferențelor finite. Ea a fost apoi implementată și testată pe baze de date imagistice voluminoase, fiind de asemenea comparată cu modelele PDE de filtrare existente. Metoda propusă elimină în mod eficient zgomotul aditiv și efectul de blurare, păstrând în mod eficient muchiile din imagine. Rezultatele obținute au fost diseminate într-o lucrare publicată într-un jurnal recunoscut, indexat de bazele de date internaționale (BDI) și având referința:

T. Barbu. A nonlinear second-order hyperbolic diffusion scheme for image restoration, U.P.B. Scientific Bulletin, Series C, Vol. 78, Issue 2, pp. 89-98, 2016.

Cercetările au continuat apoi în direcția modelelor PDE neliniare de ordinul 4, derivate din ecuații hiperbolice liniare de ordin 2. Astfel, a fost dezvoltată o tehnică de netezire bazată pe un model diferențial neliniar anizotrop de ordinul 4. Modelul hiperbolic introdus utilizează o funcție de difuzivitate special construită în scopul unei filtrări eficiente, și anume: monoton descrescătoare, pozitivă, convergentă la 0. Tratamentul matematic efectuat asupra modelului a demonstrat existența unei soluții slabe a acestuia, în anumite condiții.

O schemă de aproximare numerică consistentă și stabilă a fost construită prin intermediul metodei diferențelor finite, apoi implementată soft și testată cu succes. Tehnica propusă elimină în mod eficient zgomotul Gaussian dar și efectul nedorit de scară, conservând cu succes trăsăturile imaginii. Ea a fost diseminată într-un articol publicat într-un jurnal ISI cu un factor ridicat de impact, având referința:

T. Barbu, I. Munteanu. A Nonlinear Fourth-order Diffusion-based Model for Image Denoising and Restoration, Proceedings of the Romanian Academy, Series A: Mathematics, Physics, Technical Sciences, Information Science, Volume 18, Issue 2, pp. 108-115, April – June 2017, IF = 1.74. (acceptat în 2016)

Obiectiv 2.2. Filtre de imagine variaționale și bazate pe ecuații PDE neliniare de ordinul doi

În cadrul obiectivului au fost dezvoltate mai multe scheme PDE și de tip variațional pentru filtrarea imaginilor degradate, propunându-se tratamente matematice robuste asupra *well-posedness* - ului acestora și fiind construite scheme de aproximare numerică consistente și stabile pentru ele. O primă tehnică de restaurare imagistică a utilizat o nouă schemă PDE variațională, pe baza căreia s-a obținut, aplicând ecuația Euler-Lagrange, un model parabolic

neliniar de ordinul doi. Un algoritm numeric a fost propus pentru modelul PDE, care a fost apoi testat pe sute de imagini corupte de zgomot aditiv Gaussian. Tehnica elimină cu succes zgomotul, conservând în mod satisfăcător detaliile din imagine și reducând efectul de scară. Comparațiile cu alte metode au arătat o performanță superioară a tehnicii noastre față de modelele de filtrare bazate pe difuzii de ordinul doi existente. Tehnica propusă a fost diseminată în următorul articol publicat într-un jurnal indexat ISI cu factor de impact:

T. Barbu, C. Morosanu. Image Restoration using a Nonlinear Second-order Parabolic PDE-based Scheme, *Analele Stiintifice ale Universitatii Ovidius Constanta, Seria Matematică*, Volume XXV, Fasc. 1, pp. 33-48, 2017, IF = 0.422. (acceptat în 2016)

Colectivul nostru a modelat deasemenea o tehnică de netezire a semnalului imaginii, bazată pe o schemă de difuzie neliniară anizotropică de ordinul doi. Modelul PDE propus utilizează o nouă funcție de difuzivitate, bazată pe un parametru de conductanță construit în baza unor statistici ale imaginii. O analiză riguroasă asupra existenței și unicității unei soluții slabe a modelului a fost deasemenea efectuată. Două scheme consistente și stabile de discretizare, bazate pe metoda diferențelor finite, au fost construite pentru aproximarea numerică a respectivei soluții. O metodă PDE hibridă de filtrare se obține prin aplicarea alternativă a acestor algoritmi numerici iterativi asupra imaginilor afectate de zgomot Gaussian. Rezultatele teoretice și practice obținute au fost diseminate într-un articol publicat într-un jurnal indexat BDI:

T. Barbu, A. Ciobanu, C. Niță. Nonlinear second-order partial differential equation-based image smoothing technique, *Memoirs of the Scientific Sections of the Romanian Academy*, Tome XXXIX, pp. 7-14, 2016.

Tehnici de stabilizare a unor ecuații PDE parabolice aplicabile în restaurarea imaginilor digitale au fost deasemenea considerate pe parcursul acestui an. Rezultatele acestor investigații matematice au fost diseminate în următoarele articole publicate în jurnale internaționale cotate ISI, cu factor de impact ridicat:

I. Munteanu. Stabilization of Parabolic Semilinear Equations, *International Journal of Control*, Vol. 90, Issue 5, pp. 1063-1076, DOI: 10.1080/00207179.2016.1200747, 2016, IF = 2.208.

și

H. Liu, P. Hu, I. Munteanu. Boundary feedback stabilization of Fisher's equations, *Systems & Control Letters*, Volume 97, pp. 55-60, November 2016, IF = 2.55, DOI: 10.1016/j.sysconle.2016.09.003.

și deasemenea în cadrul următoarei prezentări efectuate de un membru al colectivului la o conferință internațională:

I. Munteanu. Boundary stabilization of the phase field system, by explicit feedbacks, *Eleventh Workshop on Mathematical Modelling of Environmental and Life Sciences Problems, MMELSP 2016*, Constanta, Romania, October 12-16 2016.

Alte două prezentări susținute la evenimente științifice au diseminat și alte rezultate obținute de colectiv în domeniul restaurării imagistice bazate pe modele diferențiale neliniare

de ordinul al doilea. În acest sens menționăm următoarea prezentare în cadrul unei conferințe de tip workshop aniversar: (http://iit.academiaromana-is.ro/IIVA/Program_IIVA_EN.pdf)

T. Barbu, A. Ciobanu, C. Niță. Nonlinear Second-order PDE-based Image Filtering Approach, Anniversary Workshop: Information in Image and Video Analysis. Theory and Applications, IIVA 2016, Iasi, Romania, March 2016.

și respectiv un seminar susținut de către directorul acestui proiect în cadrul Departamentului de Matematică al Universității din Pittsburgh, SUA: (<http://www.mathematics.pitt.edu/seminar-colloquia-event/nonlinear-differential-model-based-approaches-image-denoising-and-restoratio>)

T. Barbu, Nonlinear Differential Model-based Approaches for Image Denoising and Restoration, Computational Mathematics Seminar, University of Pittsburgh, PA, United States of America, August 26, 2016.

Obiectiv 2.3. Algoritmi individuali și hibridi de difuzie neliniară de ordinul 4

Activitățile desfășurate în cadrul acestui obiectiv au urmărit dezvoltarea și investigarea matematică riguroasă a unor tehnici individuale și hibride de restaurare și interpolare a imaginilor degradate, utilizând ecuații de difuzie neliniare de ordinul doi și patru, și deasemenea diseminarea acestora în publicații internaționale recunoscute.

Astfel, a fost considerat mai întâi un algoritm individual de netezire bazat pe o schemă PDE de ordinul patru. Tehnica propusă utilizează un model original de difuzie neliniară anizotropică de ordinul patru, diferit și mai performant decât schemele izotropice de filtrare de tip You-Kaveh. Spre deosebire de modelele de același ordin existente, tehnica noastră reduce efectul de blurare și conservă corespunzător detaliile din imagine. S-a demonstrat că modelul PDE neliniar de ordinul 4 propus poate admite o soluție slabă în anumite condiții. O schemă explicită de aproximare numerică bazată pe metoda diferențelor finite a fost construită și implementată. Articolul care diseminează rezultatele referitoare la acest model de restaurare a fost publicat în volumul unei conferințe internaționale IEEE, unde a fost și prezentat, având referința:

T. Barbu. A Nonlinear Fourth-order PDE-based Image Denoising Technique, Proceedings of the 23rd International Conference on Systems, Signals and Image Processing, IWSSIP 2016, pp. 177-180, Bratislava, Slovakia, 23-25 May 2016. IEEE

În continuare am abordat tehnici PDE hibride de restaurare imagistică, cu scopul obținerii unor rezultate mai performante. Astfel, am construit două metode de filtrare care combină eficient difuzii neliniare de ordinul doi și respectiv patru.

Prima dintre ele reprezintă o schemă variațională care constă în minimizarea unei funcționale energetice bazate pe două funcții de regularizare special construite. Prin aplicarea ecuației Euler-Lagrange a rezultat un model PDE neliniar având două componente de difuzie neliniară, de ordinul doi și patru. Componenta de difuzie anizotropică de ordinul doi elimină efectul de blurare, în timp ce componenta de difuzie izotropică de ordinul patru elimină efectul de scară. Astfel, modelul hibrid considerat elimină cu succes zgomotul Gaussian, conservă detaliile și reduce considerabil efectele nedorite. O schemă originală de aproximare numerică a fost propusă pentru acest model combinat. Tehnica a fost descrisă în următoarea lucrare, prezentată în cadrul unei conferințe internaționale IEEE și publicată în volumul acesteia:

T. Barbu. Hybrid Variational Restoration Technique based on Second- and Fourth-order Diffusions, *Proceedings of the 13th International Conference on Development and Application Systems, DAS 2016*, pp. 1-5, Suceava-Scheia, Romania, May 19-21, 2016. IEEE

Cea de-a doua tehnică propusă de noi combină ecuații de difuzie neliniare de ordinul doi și patru, ambele având caracter anizotrop. Am construit câte o funcție de difuzivitate pentru fiecare componentă de difuzie, explicând matematic motivația construcției lor în acest mod.

Modelul hibrid de difuzie anizotropică a fost apoi discretizat, o schemă de aproximare utilizând metoda diferențelor finite fiind elaborată în acest scop. Testele efectuate pe mai multe baze de imagini degradate au demonstrat eficacitatea tehnicii noastre, care elimină atât zgomotul aditiv cât și efectele de blurare și scară, dat fiind caracterul său combinat. Comparațiile cu alte metode au indicat, prin valorile diverselor metrici de performanță (PSNR, NE, SSIM), o superioritate a acesteia față de algoritmi individuali de filtrare bazați pe ecuații de ordinul 2 sau 4. Următorul articol, publicat într-un jurnal BDI recunoscut reprezentând volumul unei conferințe internaționale de prim rang (A în clasamentul ERA), diseminează rezultatele acestor cercetări.

T. Barbu. Compound PDE-based Image Restoration Algorithm using Second-order and Fourth-order Diffusions, *Neural Information Processing, Series: Lecture Notes in Computer Science (Proceedings of ICONIP 2016, Part II)*, Vol. 9948, Springer, Cham, pp. 699-706, 2016.

O altă tehnică de restaurare hibridă elaborată în cadrul obiectivului combină un model PDE de difuzie anizotropică neliniară de ordinul 4, cu un nucleu de filtrare Gaussian 2D și o schemă de reducere a zgomotului multiplicativ. O funcție de difuzivitate bazată pe anumite statistici ale imaginii a fost construită pentru acest model PDE. Funcția corespunzătoare imaginii în evoluție este supusă convoluției cu nucleul Gaussian în cadrul modelului de difuzie considerat.

Un algoritm iterativ explicit de aproximare numerică este propus pentru discretizarea modelului diferențial. O componentă care elimină zgomotul multiplicativ (*speckle*), bazată pe măsuri statistice, este integrată în această schemă de discretizare. Imaginea rezultată la fiecare iterație a algoritmului este procesată în vederea eliminării acestui efect. Tehnica hibridă considerată este mai performantă decât modelele PDE individuale de filtrare de același ordin și conservă în mod satisfăcător muchiile și alte detalii de interes. A fost diseminată în următorul articol, publicat în volumul unei conferințe internaționale IEEE și de asemenea prezentat și premiat în cadrul acesteia cu *Best Paper Award*:

T. Barbu. A Hybrid Nonlinear Fourth-order PDE-based Image Restoration Approach, *Proceedings of the 20th International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC 16)*, pp. 761-765, Sinaia, Romania, October 13-15, 2016. IEEE

Interpolarea imaginilor digitale reprezintă un alt domeniu abordat în cadrul acestui obiectiv, pe baza modelelor de difuzie, și care va fi continuat pe parcursul anului viitor. Astfel am propus o tehnică variațională de reconstrucție a imaginilor afectate de regiuni lipsă, care funcționează eficient și în condiții de zgomot aditiv. Metoda este derivată din modelele PDE variaționale de restaurare, prin considerarea unei funcții de regularizare specifice procesului de interpolare și utilizarea unei *mășți de interpolare* corespunzătoare zonei lipsă sau grav deteriorate.

Un model neliniar de difuzie de ordinul doi a fost obținut din problema variațională considerată. O investigație matematică riguroasă a fost apoi efectuată asupra modelului PDE,

determinându-se condițiile în care problema acestuia este bine pusă. Mai exact, o condiție Dirichet pe frontieră ar determina modelul să admită o soluție de tip *weak*. Respectiva soluție, care reprezintă imaginea reconstruită, a fost aproximată prin intermediul unei scheme numerice consistente și stabile, bazată pe metoda diferențelor finite. Experimentele numerice și comparațiile cu alte metode efectuate, au demonstrat eficacitatea tehnicii noastre de completare imagistică. Ea produce rezultate de interpolare superioare sau comparabile cu cele ale altor tehnici din state-of-the-art. Diseminarea acestor rezultate s-a efectuat într-un articol publicat într-un jurnal indexat ISI cu factor de impact ridicat, având referința:

T. Barbu. Variational image inpainting technique based on nonlinear second-order diffusions, *Computers & Electrical Engineering*, Volume 54, Issue C, pp. 345–353, August 2016, IF = 1.570.

Alte rezultate de restaurare și interpolare a imaginilor obținute pe baza modelelor neliniare de difuzie au fost descrise în cadrul unui colocviu susținut de directorul proiectului ARHIMEDES la Departamentul de Calcul Științific al Universității de Stat din Florida, Tallahassee, SUA: (<https://www.sc.fsu.edu/news-and-events/seminars/1180-2016-08-15-tudor-barbu>)

T. Barbu. Nonlinear Diffusion-based Schemes for Image Restoration and Interpolation, Colloquium at Department of Scientific Computing, Florida State University, United States of America, August 2016.

Obiectiv 2.4. Modele diferențiale stocastice pentru restaurarea imaginilor

Tehnicile de filtrare a imaginilor digitale pe baza modelelor diferențiale stocastice (SDE) a reprezentat o altă direcție de cercetare în cadrul Etapei II (2016). În acest sens, am propus o schemă de filtrare de tip SDE a cărei soluție este reprezentată de un proces stocastic. Prin asocierea unei ecuații Kolmogorov acestui model stocastic, am obținut un nou model parabolic de difuzie, eficient în netezirea imaginilor. Modelul diferențial a fost apoi investigat matematic, demonstrându-se existența și unicitatea unei soluții slabe pentru o formă ușor modificată a acestuia. Deasemenea, a fost considerat și studiat și un model de reflexie stocastică, derivat din modelul SDE propus inițial.

Schema PDE obținută a fost discretizată prin intermediul metodei diferențelor finite, care a fost apoi implementată soft și testată cu succes pe numeroase imagini corupte de zgomot aditiv Gaussian. Tehnica SDE propusă a fost diseminată în următorul articol publicat într-un jurnal ISI cu factor de impact ridicat:

T. Barbu, A. Favini. Novel stochastic differential model for image restoration, *Proceedings of the Romanian Academy, Series A: Mathematics, Physics, Technical Sciences, Information Science*, Volume 17, Number 2, pp. 109-116, 2016, IF = 1.74.

Etapa III (01.01.2017 – 30.11.2017)

Tehnici individuale și hibride PDE variaționale de reconstrucție a imaginii

Obiectiv 3.1. Modele de reconstrucție PDE neliniare bazate pe difuzii de ordinul 2 și 4

Prima activitate principală din cadrul acestui obiectiv a constat în dezvoltarea unor algoritmi individuali de interpolare a imaginilor digitale, bazați pe difuzii neliniare de diverse ordine. Am propus astfel metode variaționale de reconstrucție a imaginilor afectate de regiuni

lipsă sau grav deteriorate, cât și noi tehnici de interpolare bazate pe modele diferențiale de ordinul 2 sau 4 care pot fi obținute din scheme variaționale.

O tehnică variațională construită în cadrul obiectivului efectuează cu succes interpolarea structurală a imaginii. Schema variațională minimizează o funcțională energetică bazată pe o funcție de regularizare special modelată pentru acest proces. Un model neliniar anizotrop de difuzie de ordinul 2, cu caracter parabolic, este derivat din această problemă variațională aplicând ecuația Euler-Lagrange și metoda *steepest descent*. Modelul PDE rezultat, discretizat prin intermediul diferențelor finite, a fost testat cu succes în procesele de reconstrucție structurală pe sute de imagini degradate și comparat cu tehnici de interpolare existente din *state of the art*, pe care le-a depășit ca viteză și performanță. Rezultatele de interpolare a texturilor sunt însă considerabil mai slabe. Tehnica variațională de completare imagistică a fost diseminată prin publicare în următorul articol IEEE:

T. Barbu, A Novel Variational Framework for Structural Image Completion, *Proceedings of Joint International Conference OPTIM-ACEMP 2017, Brașov, Romania, pp. 815-820, 25-27 May 2017, IEEE.*

O altă metodă de interpolare structurală construită în cadrul acestei activități este bazată pe un nou model PDE neliniar de ordinul doi, constând într-o ecuație hiperbolică și o serie de condiții pe frontieră. Modelul hiperbolic neliniar propus utilizează o mască de interpolare corespunzătoare regiunii lipsă și o funcție de difuzivitate special construită. Totodată, modelul este bine-pus, existând o unică soluție slabă pentru acesta.

Am construit de asemenea, utilizând diferențe finite, o schemă iterativă explicită de aproximare numerică, care este consistentă cu modelul hiperbolic și rapid convergentă. Rezultatele obținute în urma experimentelor efectuate aplicând acest algoritm iterativ dovedesc eficiența tehnicii noastre atât în direcția completării regiunilor lipsă, cât și a reducerii zgomotului aditiv cu conservarea detaliilor din imagine. Tehnica de reconstrucție a fost diseminată în următorul articol prezentat în cadrul unei conferințe internaționale IEEE și publicat în volumul acesteia:

T. Barbu, Structural Image Interpolation using a Nonlinear Second-order Hyperbolic PDE-based Model, *Proceedings of the 6th IEEE International Conference on e-Health and Bioengineering, EHB 2017, Sinaia, Romania, pp. 5-8, 22-24 June 2017.*

În continuare am elaborat o tehnică individuală de inpainting bazată pe structură, construind un model parabolic neliniar de difuzie anizotropă care poate fi obținut dintr-o schemă variațională. Modelul diferențial neliniar de ordinul doi propus de noi este bine-pus, admitând o soluție slabă unică, aproximată printr-o schemă de discretizare robustă construită prin intermediul metodei diferențelor finite. Tehnica PDE efectuează cu succes interpolarea structurală, direcționând procesul de difuzie mai cu seamă către zonele lipsă și reducându-l considerabil în rest. Experimentele efectuate au arătat superioritatea sa în fața multor tehnici de inpainting existente, în ceea ce privește reconstrucția structurală. Metoda a fost descrisă într-un articol prezentat la o conferință internațională IEEE și publicat în volumul acesteia, având referința:

T. Barbu, Nonlinear Anisotropic Diffusion-based Structural Inpainting Framework, *Proceedings of the 13th International Conference on Advanced Technologies, Systems and Services in Telecommunications, TELSIKS 2017, Niș, Serbia, pp. 207-210, 18-20 October 2017, IEEE.*

Un alt model neliniar de difuzie anizotropică de ordinul doi a fost de asemenea propus ca metodă individuală de interpolare structurală. Acest model PDE parabolic neliniar, derivabil dintr-o problemă variațională, utilizează o nouă funcție de difuzivitate, care este pozitivă, monoton decrescătoare, convergentă la zero și bazată pe un parametru de conductanță construit pe baza unor statistici ale imaginii. Modelul reconstruiește cu succes imaginile afectate de absența unor zone, chiar în condiții de zgomot aditiv Gaussian, însă nu oferă rezultate la fel de satisfăcătoare în cazul interpolării texturilor.

O investigație matematică riguroasă a acestui model de difuzie a fost de asemenea efectuată. Astfel, cercetările noastre au insistat asupra tratării matematice a caracterului bine pus (*well-posed*) al modelului PDE, fiind demonstrată existența și unicitatea unei soluții slabe a acestuia sub anumite condiții. Acest tratament matematic este detaliat într-o lucrare științifică care diseminează modelul de interpolare. Lucrarea noastră a fost mai întâi prezentată în cadrul următoarei conferințe internaționale, din al cărei comitet de organizare a făcut parte, ca vice-președinte, directorul acestui proiect:

T. Barbu, I. Munteanu. A well-posed second-order anisotropic diffusion-based structural inpainting scheme, *CAIM 2017 - Conference on Applied and Industrial Mathematics*, Iași, Romania, 14-17 September 2017.

Lucrarea a fost acceptată ulterior spre publicare ca articol într-un jurnal internațional indexat BDI, având referința:

T. Barbu, I. Munteanu. A well-posed second-order anisotropic diffusion-based structural inpainting scheme, *ROMAI Journal*, ROMAI Society, 10 pages, accepted in November 2017.

Cea de-a doua activitate importantă a acestui obiectiv a constat în dezvoltarea unor tehnici hibride de reconstituire a imaginilor degradate, pe baza modelelor de difuzie de ordinul doi și respectiv patru. Astfel am propus o clasă de modele PDE variaționale hibride de interpolare structurală, construind două funcții de regularizare corespunzătoare componentelor de difuzie neliniară de ordin 2 și 4.

În continuare am derivat un model anisotrop de difuzie de ordinul patru dintr-o schemă variațională de acest tip, pe baza ecuației Euler-Lagrange și a metodei *gradient descent*. Modelul PDE neliniar rezultat combină difuzii de ordinul 2 și 4, conține mai multe condiții pe frontieră și utilizează o mască de interpolare. Modelul hibrid este bine-pus, existând o soluție unică care este apoi determinată utilizând o schemă de aproximare numerică explicită, construită utilizând diferențe finite.

Tehnica combinată propusă reconstituie cu succes zonele lipsă din imagine, funcționând cu succes și în condiții de zgomot Gaussian și eliminând efectele nedorite. Astfel, componenta de difuzie de ordin 2 previne efectul de blurare, în timp ce componenta de ordin 4 ajută la prevenirea efectului de scară. Au fost efectuate experimente numerice și comparații care demonstrează superioritatea tehnicii noastre în fața altor metode de interpolare, care sunt descrise în următorul articol IEEE, care diseminează rezultatele teoretice și practice legate de acest model:

T. Barbu. Hybrid Image Interpolation Technique based on Nonlinear Second and Fourth-order Diffusions, *Proceedings of the 13th International Symposium on Signals, Circuits and Systems, ISSCS'17*, Iasi, Romania, pp. 1-5, July 13 - 14, 2017. IEEE

De asemenea, aceste rezultate de reconstrucție hibridă, precum și alte modele combinate de interpolare, au fost descrise și în următoarea prezentare susținută în cadrul unui seminar în domeniul analizei și controlului PDE, care a avut loc la Facultatea de Științe a Universității din Monastir:

T. Barbu. Nonlinear PDE-based Frameworks for Image Denoising and Inpainting, *Analysis and Control of PDE Seminary, Faculty of Science, University of Monastir, Tunisia, September 6, 2017.*

Au fost investigate și alte soluții hibride noi de interpolare, bazate pe transformarea modelelor PDE hibride de restaurare a imaginilor, elaborate în cadrul acestui proiect. Aceste idei de *inpainting* au fost de asemenea menționate în cadrul prezentării de mai sus.

Obiectiv 3.2. Soluții de segmentare automată a imaginii, utile procesului de reconstrucție

În cadrul acestui obiectiv am investigat soluții de segmentare a imaginilor digitale și de măsurare a similarității imagistice, care să poată fi utilizate în cadrul proceselor de restaurare și inpainting. Segmentarea automată a imaginii digitale are scopul de a facilita detecția anumitor obiecte de interes care să poată fi apoi eliminate din imagine prin aplicarea unui proces de inpainting. Metricile de similaritate a imaginilor sunt utile în evaluarea performanțelor diverselor tehnici de restaurare și interpolare elaborate în cadrul acestui proiect.

Astfel, am considerat o tehnică de segmentare bazată pe detectarea automată a conturilor din imagine, utilizând modele PDE parabolice neliniare. O nouă schemă neliniară de difuzie anizotropică de ordinul doi a fost propusă în acest scop. Schema de aproximare numerică iterativă explicită, bazată pe diferențe finite, care discretizează acest model parabolic este aplicată asupra imaginii, fiind reținute rezultatele sale la două momente de timp suficient de distanțate. Diferența absolută a celor două stări este supusă apoi unor procese matematice morfologice, care conduc la extragerea muchiilor obiectelor din imagine. Metoda PDE propusă a fost testată cu succes pe un număr mare de imagini, rezultatele sale depășindu-le pe cele obținute de tehnicile convenționale de detecție a frontierelor. Muchiile astfel detectate permit o identificare facilă a obiectelor imagistice. Modelul de segmentare a fost prezentat în cadrul următoarei conferințe internaționale și publicat în volumul acesteia:

T. Barbu. A Nonlinear Anisotropic Diffusion-based Edge Detection Scheme, *Proceedings of the 17th International Multidisciplinary Scientific GeoConference, SGEM 2017, Albena, Bulgaria, pp. 21-28, June 27- July 6, 2017.*

De asemenea, tehnicile de segmentare automată a imaginilor diseminate în lucrările noastre din ultimii ani sunt aplicabile în cadrul proceselor de interpolare, pentru determinarea măștilor de interpolare. Astfel, tehnici PDE variaționale de segmentare bazate pe *level-sets* și metode bazate pe SVM sau clasificarea automată a pixelilor, construite de noi, au fost testate cu succes în cadrul algoritmilor de reconstrucție. Ele au fost descrise în cadrul prezentărilor noastre de la CAIM 2017 și seminarul de la Universitatea din Monastir, care au fost menționate anterior.

Cea de-a doua activitate de cercetare majoră din cadrul obiectivului a urmărit construirea unor metrici de similaritate imagistică eficiente, aplicabile în testarea tehnicilor de filtrare și completare. Astfel, am propus o nouă metrică de similaritate, a cărei formulă de calcul ia în considerare atât pixelii identici cât și pe cei apropiați ca valoare din cele două imagini comparate. Metrica obținută s-a dovedit a fi o metodă eficientă de măsurare a

performanței tehnicilor noastre de restaurare și interpolare bazate pe modele PDE, și de comparare a acestora cu alte tehnici existente.

Măsura de similaritate propusă a fost testată pe un număr mare de imagini digitale și comparată cu indici de similaritate cunoscuți, precum PSNR, MSE sau SSIM. La fel precum acești indici, și metrica nou-construită a confirmat eficiența modelelor noastre de difuzie în procesele de îmbunătățire a imaginilor și superioritatea lor în fața altor tehnici PDE. Însă experimentele efectuate au indicat totodată o acuratețe superioară a metricii noastre de similaritate imagistică față de alte măsuri existente.

În afară de evaluarea algoritmilor de netezire și reconstrucție, metrica de similaritate construită aici este aplicabilă și în alte importante sub-domenii ale procesării și analizei de imagini, precum recunoașterea (clasificarea), indexarea sau regăsirea imaginilor digitale. Rezultatele referitoare la această metrică au fost diseminate în următorul articol IEEE elaborat de colectivul nostru, care a fost prezentat la o conferință internațională și publicat în volumul acesteia:

A. Ciobanu, T. Barbu, C. Niță. Novel Image Similarity Metric for Evaluating Denoising and Restoration Techniques, *Proceedings of the Sixth IEEE International Conference on E-Health and Bioengineering, EHB 2017, Sinaia, Romania, pp. 470 - 473, June 22 – 24, 2017.*

Metodele diseminate în lucrările elaborate în cadrul proiectului ARHIMEDES și menționate în acest raport au fost implementate soft și testate pe numeroase baze de date imagistice prin intermediul programului MATLAB. Articolele rezumate în acest raport științific sintetic final sunt atașate acestuia în platforma online a proiectului, unde sunt disponibile în format PDF. De asemenea, menționăm faptul că toate obiectivele celor trei etape ale proiectului nostru au fost îndeplinite cu succes, normele stabilite pentru diseminarea rezultatelor în publicații fiind categoric depășite.

DIRECTOR,

Dr. Habil. CS I, TUDOR BARBU