

# **RAPORT ȘTIINȚIFIC SINTETIC INTERMEDIAR**

Proiect **ARHIMEDES** - *Algoritmi de Restaurare Hibridă a Imaginilor pe baza Modelelor cu Ecuații de Difuzie și Ecuații Stocastice*

PN-II-RU-TE-2014-4-0083, Contract nr. 126 din 01/10/2015

**Etapa I** (01/10/2015 – 31.12.2015)

**Modele PDE liniare noi și perfecționate pentru denoizarea imaginilor**

**Obiectiv 1.1.** *Tehnici de restaurare a imaginilor bazate pe ecuații hiperbolice de ordinul doi*

În respectiva perioadă, colectivul proiectului a efectuat cele șase activități ale obiectivului, specificate în planul de realizare: dezvoltarea de modele hiperbolice PDE liniare, investigarea matematică a acestora, implementarea și testarea metodelor, diseminarea rezultatelor, realizarea paginii web a proiectului și raportarea de etapă. Ceea ce s-a urmărit în această fază de început a proiectului este elaborarea unor noi modele diferențiale liniare de filtrare a imaginilor, superioare ca performanță celor existente, care să poată fi în continuare derivate în modele PDE neliniare de difuzie. Astfel, am propus o tehnică de filtrare utilizând un model PDE liniar de difuzie hiperbolică de ordinul doi. Modelul considerat, compus dintr-o ecuație cu derivate parțiale liniară hiperbolică de ordin doi și o serie de condiții pe frontieră, rezolvă nu numai aspectele negative care afectează schemele PDE liniare existente, dar și anumite dezavantaje ale tehnicilor neliniare PDE și variaționale de ordin doi și respectiv patru. Metoda reduce atât efectul de blurare cât și pe cel de scară și este mai avantajoasă decât tehnicile bazate pe ecuații neliniare, datorită complexității computaționale mai reduse care determină o viteză superioară de execuție. O schemă de aproximare numerică consistentă, bazată pe metoda diferențelor finite, a fost construită pentru acest model de filtrare. Modelul hiperbolic construit a fost diseminat într-un articol publicat într-un jurnal internațional indexat BDI, având referința:

**T. Barbu. A Linear Diffusion-based Image Restoration Approach, *ROMAI Journal*, Issue 11, No. 2, pp. 133-139, ROMAI Society, 2015.**

În continuare au fost investigate și anumite soluții de eficientizare a modelului liniar propus, prin neliniarizarea acestuia. Soluțiile considerate fac trecerea la următoarea etapă a proiectului, al cărei prim obiectiv vizează obținerea unor modele PDE neliniare de filtrare din scheme hiperbolice liniare de ordinul al doilea. Schema derivată din modelul hiperbolic liniar reprezintă un model PDE de ordinul patru. Modelul introdus, bazat pe o ecuație PDE hiperbolică neliniară și un set de condiții pe frontieră, are o complexitate mai ridicată decât varianta liniară, însă oferă o restaurare mai optimă a imaginilor degradate. Acest al doilea model hiperbolic a fost diseminat într-un articol prezentat la o conferință internațională IEEE și publicat în proceedings-ul acesteia, având referința:

**T. Barbu. Nonlinear Fourth-order Hyperbolic PDE-based Image Restoration Scheme, *Proceedings of the Fifth International Conference on e-Health and Bioengineering, EHB 2015*, Iași, Romania, November 19-21, 2015. IEEE**

A fost construit de asemenea un website al proiectului ARHIMEDES în perioada menționată. Pagina ce conține cele mai importante informații ale proiectului este disponibilă la adresa <http://iit.academiaromana-is.ro/grant/arhimesdes>, fiind în mod periodic reactualizată cu noi rezultate.

## Etapa II (01/01/2016 – 31.12.2016)

### Tehnici de restaurare individuale și hibride bazate pe difuzii neliniare

#### **Obiectiv 2.1.** *Modele de denoizare PDE neliniare derivate din ecuații hiperbolice liniare de ordin 2*

În cadrul acestui obiectiv am construit mai întâi o tehnică de filtrare bazată pe un model PDE neliniar hiperbolic de ordinul doi, derivat din modelele hiperbolice liniare anterior considerate. Modelul constă într-o ecuație hiperbolică și o serie de condiții pe frontieră. O investigație matematică riguroasă a acestuia a fost efectuată, fiind tratată existența și unicitatea unei soluții slabe care se propagă cu viteză finită.

O schemă de aproximare numerică explicită și rapid-convergentă a fost elaborată pe baza diferențelor finite. Ea a fost apoi implementată și testată pe baze de date imagistice voluminoase, fiind de asemenea comparată cu modele PDE de netezire existente. Metoda propusă elimină în mod eficient zgomotul aditiv și efectul de blurare, păstrând în mod eficient muchiile din imagine. Rezultatele obținute au fost diseminate într-o lucrare publicată într-un jurnal recunoscut, având referința:

**T. Barbu.** *A nonlinear second-order hyperbolic diffusion scheme for image restoration, U.P.B. Scientific Bulletin, Series C, Vol. 78, Issue 2, pp. 89-98, 2016.*

Cercetările au continuat apoi în direcția modelelor PDE neliniare de ordinul 4, derivate din ecuații hiperbolice liniare de ordin 2. Am dezvoltat o tehnică de netezire bazată pe un model diferențial neliniar anizotrop de ordinul 4. Modelul hiperbolic introdus utilizează o funcție de difuzivitate special construită în scopul unei filtrări eficiente: monoton descrescătoare, pozitivă, convergentă la 0. Tratamentul matematic efectuat asupra modelului a demonstrat existența unei soluții slabe a acestuia. O schemă de aproximare numerică consistentă și stabilă a fost construită prin intermediul diferențelor finite, apoi implementată soft și testată cu succes. Tehnica propusă elimină în mod eficient zgomotul Gaussian dar și efectul nedorit de scară, conservând trăsăturile imaginii. Ea a fost diseminată într-un articol trimis spre publicare la un jurnal ISI cu un factor ridicat de impact, având referința:

**T. Barbu, I. Munteanu.** *A Nonlinear Fourth-order Diffusion-based Model for Image Denoising and Restoration. Submitted in 2016 to: Proceedings of the Romanian Academy, Series A: Mathematics, Physics, Technical Sciences, Information Science.*

#### **Obiectiv 2.2.** *Filtre de imagine variaționale și bazate pe ecuații PDE neliniare de ordinul doi*

În cadrul obiectivului au fost dezvoltate mai multe scheme PDE și de tip variațional pentru filtrarea imaginilor degradate, propunându-se tratamente matematice robuste asupra *well-posedness*-ului acestora și fiind construite scheme de aproximare numerică consistente și stabile pentru ele. O primă tehnică de restaurare imagistică a utilizat o nouă schemă PDE variațională, pe baza căreia s-a obținut, aplicând ecuația Euler-Lagrange, un model parabolic neliniar de ordinul doi. Un algoritm numeric a fost propus pentru modelul PDE, care a fost apoi testat pe sute de imagini corupte de zgomot Gaussian. Tehnica elimină cu succes zgomotul, conservând în mod satisfăcător detaliile din imagine și reducând efectul de scară. Comparatiile cu alte metode au arătat o performanță superioară a tehnicii noastre față de modelele de filtrare bazate pe difuzii de ordinul doi existente. Tehnica propusă a fost diseminată în următorul articol acceptat pentru publicare într-un jurnal indexat ISI cu factor de impact:

**T. Barbu, C. Moroşanu. Image Restoration using a Nonlinear Second-order Parabolic PDE-based Scheme, *Analele Ştiinţifice ale Universităţii Ovidius Constanţa, Seria Matematică*, 15 pp, accepted in 2016.**

Colectivul nostru a modelat deasemenea o tehnică de netezire a semnalului imaginii, bazată pe o schemă de difuzie neliniară anizotropică de ordinul doi. Modelul PDE propus utilizează o nouă funcţie de difuzivitate, bazată pe un parametru de conductanţă construit în baza unor statistici ale imaginii. O analiză riguroasă asupra existenţei şi unicităţii unei soluţii slabe a modelului a fost deasemenea efectuată. Două scheme consistente şi stabile de discretizare, bazate pe metoda diferenţelor finite, au fost construite pentru aproximarea numerică a respectivei soluţii. O metodă PDE hibridă de filtrare se obţine prin aplicarea alternativă a acestor algoritmi numerici iterativi asupra imaginilor afectate de zgomot Gaussian. Rezultatele teoretice şi practice obţinute au fost diseminate într-un articol publicat într-un jurnal indexat BDI:

**T. Barbu, A. Ciobanu, C. Niţă. Nonlinear second-order partial differential equation-based image smoothing technique, *Memoirs of the Scientific Sections of the Romanian Academy*, Tome XXXIX, pp. 7-14, 2016.**

Tehnici de stabilizare a ecuaţiilor PDE parabolice aplicabile în restaurarea imaginilor digitale au fost deasemenea considerate pe parcursul acestui an. Rezultatele acestor investigaţii matematice au fost diseminate în următorul articol publicat online anul acesta într-un jurnal internaţional ISI cu un factor de impact ridicat:

**I. Munteanu. Stabilization of Parabolic Semilinear Equations, *International Journal of Control*, DOI: 10.1080/00207179.2016.1200747, 2016**

şi deasemenea în cadrul următoarei prezentări efectuate de un membru al colectivului la o conferinţă internaţională:

**I. Munteanu. Boundary stabilization of the phase field system, by explicit feedbacks, *Eleventh Workshop on Mathematical Modelling of Environmental and Life Sciences Problems, MMELSP 16, Constanta, Romania, October 12-16, 2016.***

Alte două prezentări susţinute la evenimente ştiinţifice au diseminat şi alte rezultate obţinute de colectiv în domeniul restaurării imagistice bazate pe modele diferenţiale neliniare de ordinul al doilea. În acest sens menţionăm următoarea prezentare în cadrul unui workshop aniversar:

**T. Barbu, A. Ciobanu, C. Niţă. Nonlinear Second-order PDE-based Image Filtering Approach, *Anniversary Workshop: Information in Image and Video Analysis. Theory and Applications, IIVA 2016, Iasi, Romania, March 24, 2016***

şi respectiv un seminar susţinut de directorul acestui proiect în cadrul Departamentului de Matematică al Universităţii Pittsburgh:

**T. Barbu. Nonlinear Differential Model-based Approaches for Image Denoising and Restoration, *Computational Mathematics Seminar, University of Pittsburgh, United States of America, August 26, 2016.***

### **Obiectiv 2.3.** *Algoritmi individuali şi hibridi de difuzie neliniară de ordinul 4*

Activităţile desfăşurate în cadrul acestui obiectiv au urmărit dezvoltarea şi investigarea matematică riguroasă a unor tehnici individuale şi hibride de restaurare şi interpolare a

imaginilor degradate, utilizând ecuații de difuzie neliniare de ordinul doi și patru, și deasemenea diseminarea acestora în publicații recunoscute.

Astfel, a fost considerat mai întâi un algoritm individual de netezire bazat pe o schemă PDE de ordinul patru. Tehnica propusă utilizează un model original de difuzie neliniară anizotropică de ordinul patru, diferit și mai performant decât schemele izotropice de filtrare de tip You-Kaveh. Spre deosebire de schemele de același ordin existente, tehnica noastră reduce efectul de blurare și conservă corespunzător detaliile din imagine. S-a demonstrat că modelul PDE neliniar de ordinul 4 propus poate admite o soluție slabă în anumite condiții. O schemă explicită de aproximare numerică bazată pe metoda diferențelor finite a fost construită și implementată. Articolul care diseminează rezultatele referitoare la acest model de restaurare a fost publicat în volumul unei conferințe internaționale IEEE, unde a fost și prezentat, având referința:

**T. Barbu. A Nonlinear Fourth-order PDE-based Image Denoising Technique, *Proceedings of the 23<sup>rd</sup> International Conference on Systems, Signals and Image Processing, IWSSIP 2016*, pp. 177-180, Bratislava, Slovakia, May 23-25, 2016. IEEE**

În continuare am abordat tehnici PDE hibride de restaurare imagistică, cu scopul obținerii unor rezultate mai performante. Astfel, am construit două metode de filtrare care combină eficient difuzii neliniare de ordinul doi și respectiv patru.

Prima dintre ele reprezintă o schemă variațională care constă în minimizarea unei funcționale energetice bazate pe două funcții de regularizare construite în mod corespunzător. Prin aplicarea ecuației Euler-Lagrange a rezultat un model PDE neliniar având două componente de difuzie neliniară, de ordinul doi și patru. Componenta de difuzie anizotropică de ordinul doi elimină efectul de blurare, în timp ce componenta de difuzie izotropică de ordinul patru elimină efectul de scară. Astfel, modelul hibrid considerat elimină cu succes zgomotul Gaussian, conservă detaliile și reduce considerabil efectele nedorite. O schemă originală de aproximare numerică a fost propusă pentru acest model combinat. Tehnica a fost descrisă în următoarea lucrare, prezentată în cadrul unei conferințe internaționale IEEE și publicată în volumul acesteia:

**T. Barbu. Hybrid Variational Restoration Technique based on Second- and Fourth-order Diffusions, *Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Conference on Development and Application Systems, DAS 2016*, pp. 1-5, Suceava-Scheia, Romania, May 19-21, 2016. IEEE**

Cea de-a doua tehnică propusă de noi combină ecuații de difuzie neliniare de ordinul doi și patru, ambele având caracter anizotropic. Am construit câte o funcție de difuzivitate pentru fiecare componentă de difuzie, explicând matematic motivația construcției lor în acest mod. Modelul hibrid de difuzie anizotropică a fost apoi discretizat, o schemă de aproximare utilizând metoda diferențelor finite fiind elaborată în acest scop. Testele efectuate pe mai multe baze de imagini degradate au demonstrat eficacitatea tehnicii noastre, care elimină atât zgomotul aditiv cât și efectele de blurare și scară, dat fiind caracterul său combinat. Comparațiile cu alte metode au indicat, prin valorile diverselor metrici de performanță (PSNR, NE, SSIM), o superioritate a acesteia față de algoritmi individuali de filtrare bazați pe ecuații de ordinul 2 sau 4. Următorul articol, publicat într-un jurnal BDI recunoscut reprezentând volumul unei conferințe internaționale de rang A (ERA), diseminează rezultatele acestor cercetări.

**T. Barbu. Compound PDE-based Image Restoration Algorithm using Second-order and Fourth-order Diffusions, *Neural Information Processing, Series: Lecture Notes in Computer Science (Proceedings of ICONIP 2016, Part II)*, Vol. 9948, Springer, Eds. Arik, S. et. al., pp. 699-706, 2016.**

O altă tehnică de restaurare hibridă elaborată în cadrul obiectivului combină un model PDE de difuzie anizotropică neliniară de ordinul 4, cu un nucleu de filtrare Gaussian 2D și o schemă de reducere a zgomotului multiplicativ. O funcție de difuzivitate bazată pe anumite statistici ale imaginii a fost construită pentru acest model PDE. Funcția corespunzătoare imaginii în evoluție este supusă convoluției cu nucleul Gaussian în cadrul modelului de difuzie considerat.

Un algoritm iterativ explicit de aproximare numerică este propus pentru discretizarea modelului diferențial. O componentă care elimină zgomotul *speckle*, bazată pe măsuri statistice, este integrată în această schemă de discretizare. Imaginea rezultată la fiecare iterație a algoritmului este procesată în vederea eliminării acestui efect. Tehnica hibridă considerată este mai performantă decât modelele PDE individuale de filtrare de ordinul 4 și conservă în mod satisfăcător muchiile și alte detalii de interes. A fost diseminată în următorul articol, publicat în volumul unei conferințe internaționale IEEE și de asemenea prezentat și premiat în cadrul acesteia cu *Best Paper Award*:

**T. Barbu. A Hybrid Nonlinear Fourth-order PDE-based Image Restoration Approach, *Proceedings of the 20<sup>th</sup> International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC 16)*, pp. 761-765, Sinaia, Romania, October 13-15 2016. IEEE**

Interpolarea imaginilor digitale reprezintă un alt domeniu abordat în cadrul acestui obiectiv, pe baza modelelor de difuzie, și care va fi continuat pe parcursul anului viitor. Astfel am propus o tehnică variațională de reconstrucție a imaginilor afectate de regiuni lipsă, care funcționează eficient și în condiții de zgomot aditiv. Metoda este derivată din modelele PDE variaționale de restaurare, prin considerarea unei funcții de regularizare specifice procesului de interpolare și utilizarea unei *măști de inpainting* corespunzătoare zonei lipsă sau grav deteriorate.

Un model neliniar de difuzie de ordinul doi a fost obținut din problema variațională considerată. O investigație matematică riguroasă a fost apoi efectuată asupra modelului PDE, determinându-se condițiile în care problema acestuia este bine pusă. Mai exact, o condiție Dirichet pe frontieră ar determina modelul să admită o soluție de tip *weak*. Respectiva soluție, care reprezintă imaginea reconstruită, a fost aproximată prin intermediul unei scheme numerice consistente și stabile, bazată pe metoda diferențelor finite. Experimentele numerice și comparațiile cu alte metode efectuate, au demonstrat eficacitatea tehnicii noastre de completare imagistică. Ea produce rezultate de interpolare superioare sau comparabile cu cele ale altor tehnici din state-of-the-art. Diseminarea acestor rezultate s-a efectuat într-un articol publicat într-un jurnal indexat ISI cu factor de impact ridicat, având referința:

**T. Barbu. Variational image inpainting technique based on nonlinear second-order diffusions, *Computers & Electrical Engineering*, Volume 54, pp. 345–353, 2016.**

Alte rezultate de restaurare și interpolare a imaginilor obținute pe baza modelelor neliniare de difuzie au fost descrise în cadrul unui colocviu susținut de directorul proiectului ARHIMEDES la Departamentul de Calcul Științific al Universității de Stat din Florida, Tallahassee, SUA:

**T. Barbu. *Nonlinear Diffusion-based Schemes for Image Restoration and Interpolation*, Colloquium at Department of Scientific Computing, Florida State University, United States of America, August 15, 2016.**

**Obiectiv 2.4. Modele diferențiale stocastice pentru restaurarea imaginilor**

Tehnicile de filtrare a imaginilor digitale pe baza modelelor diferențiale stocastice (SDE) a reprezentat o altă direcție de cercetare în cadrul Etapei II din acest an. În acest sens, am propus o schemă de filtrare de tip SDE a cărei soluție este reprezentată de un proces stocastic. Prin asocierea unei ecuații Kolmogorov acestui model stocastic, am obținut un nou model parabolic de difuzie, eficient în netezirea imaginilor. Modelul diferențial a fost apoi investigat matematic, demonstrându-se existența și unicitatea unei soluții slabe pentru o formă ușor modificată a acestuia. Deasemenea, a fost considerat și studiat și un model de relaxie stocastică, derivat din modelul SDE inițial.

Schema PDE obținută a fost discretizată prin intermediul metodei diferențelor finite, care a fost apoi implementată soft și testată cu succes pe numeroase imagini corupte de zgomot aditiv Gaussian. Tehnica SDE propusă a fost diseminată în următorul articol publicat într-un jurnal ISI cu factor de impact ridicat:

**T. Barbu, A. Favini. Novel stochastic differential model for image restoration, *Proceedings of the Romanian Academy, Series A: Mathematics, Physics, Technical Sciences, Information Science, Volume 17, Number 2, pp. 109-116, 2016.***

Înafara tehnicilor bazate pe PDE și SDE, de restaurare și interpolare, diseminate în cele 15 lucrări raportate pentru 2016, colectivul nostru a mai lucrat în acest an și la elaborarea altor variante de modele de difuzie, care însă n-au fost încă diseminate în cadrul unor jurnale sau prezentări la evenimente științifice.

În concluzie, toate obiectivele de până acum și activitățile lor au fost îndeplinite cu succes, baremurile acestora fiind clar depășite. Pe parcursul anului viitor colectivul nostru va continua cercetarea în cadrul proiectului ARHIMEDES, urmărind îndeplinirea obiectivelor Etapei III a acestuia.

**DIRECTOR,**

**Dr. Habil. CS I, Tudor Barbu**